

EJERCICIOS

1. Obtener una base del subespacio $T_1^1 + T_1^2$, estudiar si la suma es directa y si son subespacios complementarios. Comprobar que se verifica la fórmula de las dimensiones

$$T_1^1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^5 : \begin{array}{l} x - w = 0 \\ y - t = 0 \\ x + z + t - w = 0 \end{array} \right\} \text{ y } T_1^2 = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

2. Obtener una base del subespacio $T_2^1 + T_2^2$, estudiar si la suma es directa y si son subespacios complementarios. Comprobar que se verifica la fórmula de las dimensiones

$$T_2^1 = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : a, b \in \mathbb{R} \right\} \text{ y } T_2^2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda \\ \mu \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$$

3. Obtener una base del subespacio $T_3^1 + T_3^2$, estudiar si la suma es directa y si son subespacios complementarios. Comprobar que se verifica la fórmula de las dimensiones

$$T_3^1 = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ y } T_3^2 = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

4. Obtener una base del subespacio $T_4^1 + T_4^2$, estudiar si la suma es directa y si son subespacios complementarios. Comprobar que se verifica la fórmula de las dimensiones

$$T_4^1 = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right\} \text{ y } T_4^2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : \begin{array}{l} x = 3\alpha - 6\beta - 3\gamma \\ y = -2\alpha + 4\beta + 2\gamma \\ z = \alpha - 2\beta - \gamma \end{array}, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}$$

5. Obtener una base del subespacio $T_5^1 + T_5^2$, estudiar si la suma es directa y si son subespacios complementarios. Comprobar que se verifica la fórmula de las dimensiones

$$T_5^1 = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \text{ y } T_5^2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : \begin{array}{l} 3x - y - z - t = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ z - t = 0 \end{array} \right\}$$